

文章编号: 1000-8055(2004)01-0054-04

弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮 非线性动力学研究

杨宏斌, 高建平, 邓效忠, 周彦伟
(河南科技大学机电工程学院, 河南 洛阳 471003)

摘要: 通过引入理想传动的概念, 首次给出了弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮啮合力和阻尼力的表示方法, 同时也给出了多对齿啮合条件下啮合力和阻尼力产生的扭矩在不同啮合区域内的表示方法, 并在此基础上, 建立了弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮非线性系统动力学方程。

关键词: 航空、航天推进系统; 非线性; 动力学; 齿轮; 振动

中图分类号: TH 132. 41

文献标识码: A

Nonlinear Dynamics of Spiral Bevel Gears and Hypoid Gear Drives

YANG Hong-bin, GAO Jian-ping, DENG Xiao-zhong, ZHOU Yan-wei
(Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)

Abstract: By introducing the concept of ideal transmission, the expressing way of meshing force and meshing damping is given, which is a foundation to establish complex dynamic equations of spiral bevel gears and hypoid gear drives. Meanwhile, the torque produced by meshing force and meshing damping is given, which is various in different meshing regions under multiple-teeth meshing. The non-linear dynamic equations of spiral bevel gears and hypoid gear drives are established, which include the input and output rotating inertia, transmission error and time-varying mesh stiffness as well as backlash. The frequency response curves, phase portraits, time histories and dynamic load factor can be obtained by calculating the dynamic equations.

Key words: aerospace propulsion system; nonlinear; dynamics; gear; vibration

随着科技的进步和人们对需求的提高, 齿轮传动装置正朝着高速、重载和轻质量的方向发展, 齿轮系统的动力学行为成为国内外学者所关注的课题, 特别是齿轮非线性系统动力学, 由于它能更精确地反映齿轮系统所特有的现象已成为工程实际中亟待解决的最重要的课题之一。对于直齿轮

和斜齿轮系统动力学的研究已有大量的文献报道, 目前, 这方面的内容仍是本学科研究的热点问题^[1~4]。但是, 对于弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮系统动力学的研究, 目前几乎是一个空白。对于齿轮动力学的研究, 不但可以分析和预测齿轮系统的振动和噪声, 而且反过来也对齿轮的设计和加工

收稿日期: 2003- 03- 20; 修订日期: 2003- 11- 16

基金项目: 机械部教育司科技基金资助项目(98251013); 河南省自然科学基金资助项目(994040600)

作者简介: 杨宏斌(1966-), 男, 河南洛阳人, 河南科技大学机电工程学院副教授, 博士, 主要从事弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮的设计加工、振动与降噪 TCA 及 LTCA 分析研究

提出了新的要求。因此, 建立弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮非线性系统动力学的基本理论, 无论在理论研究方面还是在实际应用方面都有着十分重要的意义。

本文通过引入理想传动的概念, 首次给出了弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮啮合力和阻尼力的表示方法, 同时也给出了多对齿啮合条件下啮合力和阻尼力产生的扭矩在不同啮合区域内的表示方法。在此基础上, 建立了弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮非线性系统动力学方程。最后, 给出了计算示例。

1 啮合力及其扭矩

弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮在无载荷作用下的瞬时传动比为:

$$i = R_b^{(1)} / R_b^{(2)} \quad (1)$$

式中:

$$\begin{cases} R_b^{(1)} = (r^{(1)} \times n^{(1)}) \cdot a^{(1)} \\ R_b^{(2)} = (r^{(2)} \times n^{(2)}) \cdot a^{(2)} \end{cases} \quad (2)$$

其中: $r^{(1)}$ 和 $r^{(2)}$ 为小轮和大轮在接触路径上的矢量; $n^{(1)}$ 和 $n^{(2)}$ 为小轮和大轮在接触路径上的单位矢法量; $a^{(1)}$ 和 $a^{(2)}$ 为小轮和大轮转轴的单位方向矢量; $R_b^{(1)}$ 和 $R_b^{(2)}$ 为小轮和大轮的“基圆半径”, 可由齿轮接触分析得到。

为了使振动方程中的位移量有一个基准, 我们定义一个理想传动。其传动比为:

$$i = \frac{R_b^{(1)}}{R_b^{(2)}} = \frac{R_{b1}}{R_{b2}} = i_0 \quad (3)$$

其中: i_0 为设计中的传动比, R_{b1} 和 R_{b2} 为小轮和大轮在设计中点的“基圆半径”。

设小轮的周向转角为 θ , 大轮的周向转角为 Θ , 注意到理想传动的法向传动误差为 0, 实际传动的法向传动误差设为 e , 则振动时齿轮副接触点的相对法向线位移为:

$$R_b^{(1)} \theta - R_b^{(2)} \Theta = R_{b1} \theta - R_{b2} \Theta - e \quad (4)$$

$$T_{g1} = \begin{cases} R_b^{(1)}(t)K(t)g^{[1]}(t) + R_b^{(1)}(t+T)K(t+T)g^{[2]}(t) & 0 \leq t < T \\ R_b^{(1)}(t)K(t)g^{[1]}(t) & T_1 \leq t \leq T_2 \\ R_b^{(1)}(t)K(t)g^{[1]}(t) + R_b^{(1)}(t-T)K(t-T)g^{[3]}(t) & T_2 < t \leq T \end{cases}$$

式中:

$$g^{[1]}(t) = \begin{cases} x - e(t) & x - e(t) > 0 \\ 0 & -b \leq x - e(t) \leq 0 \\ x - e(t) + b & x - e(t) < -b \end{cases}$$

对应的啮合力和阻尼力分别为:

$$F = K(R_{b1}\theta - R_{b2}\Theta - e) \quad (5)$$

$$P = C_g(R_{b1}\dot{\theta} - R_{b2}\dot{\Theta} - \dot{e}) \quad (6)$$

其中: K 为啮合刚度, C_g 为啮合阻尼, $(\cdot)$ 表示对时间 t 导数。式(5)和式(6)是建立各种弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮动力学方程的基础。

作用在小轮和大轮上的啮合力产生的扭矩为:

$$T^{(1)} = F(r^{(1)} \times n^{(1)}) \cdot a^{(1)} = FR_b^{(1)} \quad (7)$$

$$T^{(2)} = F(r^{(2)} \times n^{(2)}) \cdot a^{(2)} = FR_b^{(2)} \quad (8)$$

同样可以写出阻尼力产生的扭矩。

下面, 我们给出同时有两对齿啮合条件下, 一个啮合周期 T 内啮合力和啮合阻尼力产生扭矩的表示方法。在表示时, 我们用了齿轮轮齿结构的旋转对称性, 即用一个啮合齿对上的参数去表示其他啮合齿对上的参数。

图 1 给出了 3 个相邻齿对的传动误差曲线和加载传动误差曲线。在一个啮合周期 T 内, 在 $[0, T_1]$ 段为双齿啮合区, 在 $[T_1, T_2]$ 段为单齿啮合区, 在 $[T_2, T]$ 段为双齿啮合区。

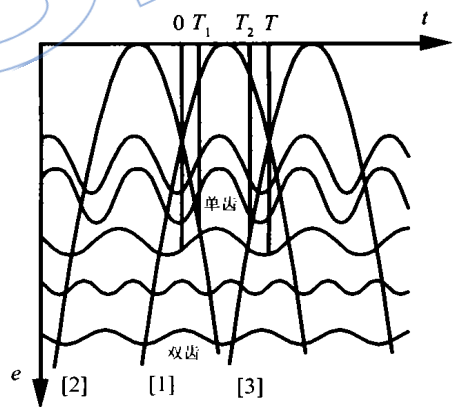


图 1 载荷作用下的啮合区

Fig 1 Meshing region under load

在一个啮合周期 T 内, 啮合力在小轮为:

$g^{[2]}(t)$ 和 $g^{[3]}(t)$ 的表示与 $g^{[1]}(t)$ 相同,只是周期分别为: $t+T$ 和 $t-T$

$$x = R_{b1}\theta_1 - R_{b2}\theta_2, b \text{ 为侧隙。}$$

类似地可以写出大轮上产生的扭矩 T_{g2} 以及一个啮合周期 T 内, 啮合阻尼力在小轮和大轮上产生的扭矩 T_{c1} 和 T_{c2} , 只要将 T_{g1} 和 T_{g2} 中的 $K(t)$ 换成 $C_g(t)$, g 换成 g° 即可。

2 系统动力学方程

图 2 为由原动机、 齿轮副及负载组成的传动系统简图, 其系统动力学方程为:

$$\left. \begin{aligned} J_M \ddot{\theta}_M + C_{s1}(\dot{\theta}_M - \dot{\theta}_1) + K_{s1}(\theta_M - \theta_1) &= T_M \\ J_1 \ddot{\theta}_1 - C_{s1}(\dot{\theta}_M - \dot{\theta}_1) - K_{s1}(\theta_M - \theta_1) &+ T_{c1} + T_{g1} = 0 \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + C_{s2}(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}) + K_{s2}(\theta_2 - \theta) &- T_{c2} - T_{g2} = 0 \\ J_L \ddot{\theta} - C_{s2}(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}) + K_{s2}(\theta_2 - \theta) &= -T_L \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中: J_M, J_1, J_2, J_L 分别为原动机、 齿轮及负载的转动惯量; $\theta_M, \theta_1, \theta_2, \theta$ 分别为原动机、 齿轮及负载的扭转振动角位移; C_{s1} 和 C_{s2} 分别为输入轴和输出轴的扭转阻尼; K_{s1} 和 K_{s2} 分别为输入轴和输出轴的扭转刚度; T_M 和 T_L 分别为输入和输出扭矩。

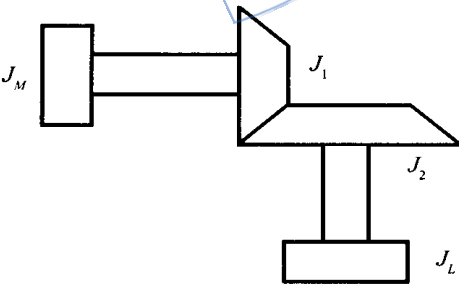


图 2 传动简图

Fig 2 Transmission sketch

式(9)是含有参数激励和分段线性项的非线性动力系统, 其求解方法可见文献[5]。

3 数值示例

基本计算参数见表 1。表中 K_{gm} 和 C_{gm} 分别为平均啮合刚度、 平均阻尼系数, N_1 为小轮齿数, b 为间隙。

图 3 分别给出了 $T_M = 100 \text{ N} \cdot \text{m}$ 和 $T_M = 200$

$\text{N} \cdot \text{m}$ 时的齿轮副扭转振动副频曲线。图 3 中横坐标为无量纲频率 ω

$$\omega = \frac{N_1 \Omega}{U_b}$$

$$U_b = \sqrt{K_{gm} \left(\frac{R_{b1}^2}{J_1} + \frac{R_{b2}^2}{J_2} \right)}$$

式中, Ω 为输入角速度。图 3 中纵坐标为在频率 ω 时, 无量纲位移 x/b 的最大幅值, 记为 q_{max} 。从图 3 中可以看出, 当 $T_M = 100 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时, 发生了脱啮现象, 当 $T_M = 200 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时, 脱啮现象消失。另外, 通过计算发现, 当传动误差幅值较大时, 也会发生脱啮现象^[5]。因此, 轻载和传动误差幅值过大是齿轮系统脱啮的主要原因。

表 1 基本计算参数

Table 1 Value for basic calculation variables	
$J_M / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.02
$J_L / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.04
$J_1 / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.0078
$J_2 / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.0206
R_{b1} / m	0.051
R_{b2} / m	0.061
$K_{gm} / (\text{N} / \text{m})$	3.12×10^8
C_{gm}	3933
$K_{s1} / (\text{N} \cdot \text{m} / \text{rad})$	3.68×10^5
$K_{s2} / (\text{N} \cdot \text{m} / \text{rad})$	3.8×10^5
C_{s1}	4.55
C_{s2}	7.18
N_1	29
b / mm	0.2

通过对齿轮系统动力学方程的求解, 可以得到各种参数对齿轮系统的影响。如输入输出转动惯量、 输入输出扭矩、 输入输出轴扭转刚度和阻尼、 啮合刚度和啮合阻尼、 传动误差和不同载荷下啮合区对齿轮系统的影响。由于齿轮系统动力学方程中的传动误差、 啮合刚度、 啮合区(接触比)等参数和齿轮设计的预控参数有直接关系, 因此也可以分析预控参数对齿轮系统振动的影响。这些预控参数有弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮的设计参考点, 接触椭圆长半轴, 接触路径的倾斜程度, 传动比的导数值等。这样就建立了齿轮几何与齿轮系统振动的关系, 从而在设计阶段就可以对齿轮系统振动进行预控^[5]。另外, 通过对齿轮系统动力

学方程的求解,可以得到时间历程、相图、FFT 频率图和动载系数等分析工具^[5]。由于以上方面的内容涉及篇幅较大,这里不在叙述。

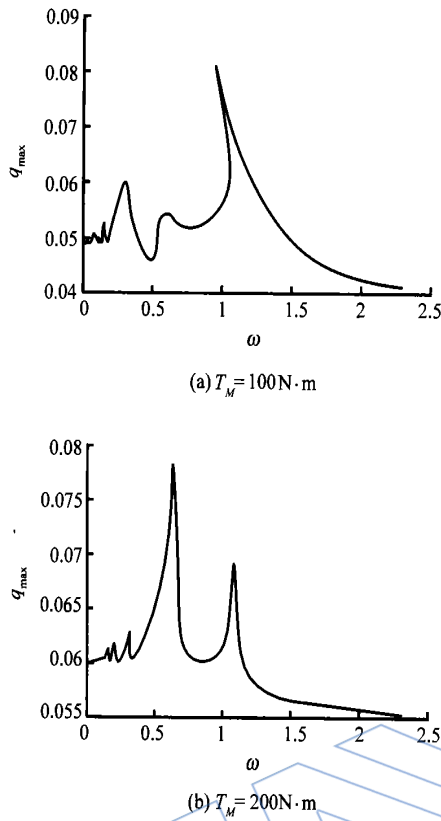


图 3 幅频曲线

Fig 3 Frequency response curves

4 结 论

弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮在各工业部门都

有着广泛的应用。但由于其几何上的复杂性,弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮系统动力学方面的研究几乎是一个空白。本文通过引入理想传动的概念,给出了弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮啮合力和阻尼力的表示方法,这是复杂动力学方程建立的基础,同时也给出了多对齿啮合条件下啮合力和阻尼力产生的扭矩的表示方法,并在此基础上,建立了弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮非线性系统动力学方程。这个方程中包含了传动误差,时变啮合刚度,啮合区和间隙,这些量和齿轮几何密切相关,因此,建立了齿轮几何与系统振动之间的关系,为高品质的弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮设计奠定了基础。

参考文献

[1] Choi S H, et al Dynamic Gear Loads Due to Coupled Lateral, Torsional and Axial Vibration in a Helical Geared System [J]. A S M E Journal of Vibration and Acoustics, 1999, 121: 141-148

[2] Vedmar L, et al A General Approach for Determining Dynamic Forces in Spur Gears [J]. A S M E Journal of Mechanical Design, 1998, 120: 593- 598

[3] Kahraman A, et al Effect of Involute Contact Ratio on Spur Gear Dynamics [J]. A S M E Journal of Mechanical Design, 1999, 121: 112- 117.

[4] Kahraman A, et al Experiments on Nonlinear Dynamic Behavior of an Oscillator with Clearance and Periodically Time-Varying Parameters [J]. A S M E Journal of Applied Mechanics, 1997, 64: 217- 226

[5] 高建平. 弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮非线性系统动力学 [D]. 西安: 西北工业大学, 1999